

数 学

(120分)

数学Ⅰ, 数学Ⅱ, 数学Ⅲ, 数学A, 数学B

2024年2月25日

注 意 事 項

- 1 試験開始の合図があるまでは、この問題冊子の中を見てはいけません。
- 2 この問題冊子は**6**ページあります。
試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁および解答用紙の汚れ等に気付いた場合には、手を挙げて監督者に知らせなさい。
- 3 解答用紙は**4**枚です。解答はすべて解答用紙の所定の場所に、途中経過も含めて記入しなさい。解答用紙は裏面も使用できます。
- 4 受験番号は、すべての解答用紙の所定の欄（**2**か所）に必ず記入しなさい。
- 5 試験終了後は、解答用紙の上にある白ぬきの番号の順に並べなさい。
- 6 配付した解答用紙は持ち出してはいけません。
- 7 試験終了後、問題冊子は持ち帰りなさい。

このページは空白である。

第1問 (100点)

問1 次の方程式を解け。

$$\log_2 x + \log_4(x-4) = 1 + \log_4 x(x-3)$$

問2 中心が点 $(4, -4, 2)$ である球面 S が原点 O を通るとする。

(1) 球面 S の方程式を求めよ。

(2) 球面 S と xy 平面が交わってできる円の中心の座標と半径を求めよ。

問3 次の不定積分, 定積分を求めよ。

(1) $\int \frac{e^x}{e^{2x}-4} dx$

(2) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \left| 1 - 2 \sin \frac{x}{2} \right| dx$

第2問 (100点)

問1 Aの箱には1から4までの番号札4枚, Bの箱には1から3までの番号札3枚が入っている。さいころを投げ, 1または2の目が出たならばAの箱から番号札を1枚取り出し, 3, 4, 5, 6のいずれかの目が出たならばBの箱から番号札を1枚取り出す。この1枚目の番号札を箱にもどさずに, さらにもう1回さいころを投げ, 同様の操作で2枚目の番号札を取り出す。このとき, 次の確率を求めよ。

(1) 1枚目の番号札の数字が1または2である確率

(2) 2枚目の番号札の数字が1である確率

問2 複素数平面上において, 単位円に内接する正七角形の頂点を表す複素数を反時計回りに $z_1, z_2, z_3, z_4, z_5, z_6, z_7$ とする。このとき, 次の等式が成り立つことを示せ。

(1) $z_1 + z_2 + z_3 + z_4 + z_5 + z_6 + z_7 = 0$

(2) $z_1 z_2 z_3 z_4 z_5 z_6 z_7 = z_1^7$

第3問 (100点)

2つの関数 $f(x) = \frac{x}{x^2+1}$ と $g(x) = \frac{1}{x+2}$ について、次の問いに答えよ。

問1 関数 $f(x)$ の増減、極値と、曲線 $y = f(x)$ の変曲点、凹凸を調べよ。

問2 等式 $f(x) = g(x)$ を満たす x の値を求めよ。

問3 t を $t \geq 2$ を満たす実数とする。2つの曲線 $y = f(x)$ 、 $y = g(x)$ および直線 $x = t$ で囲まれた部分の面積 $S(t)$ を求めよ。

問4 問3で求めた $S(t)$ について、 $\lim_{t \rightarrow \infty} S(t)$ を求めよ。

第4問 (100点)

小売店 A, B には, 来店するたびにポイントが加算されていく来店ポイント制度がある。両店は異なる来店ポイント制度を採用しており, どちらも1回来店すると定められたポイントが付与され, たまったポイント数が定められている基準に達した日に記念品がもらえる。ただし, 1日につき1回しか来店しないものとする。次の問いに答えよ。

- 問1 小売店 A の来店ポイント制度として, 1回来店するたびに 45 ポイントが付与され, 1000 ポイントたまると記念品がもらえると定められている。このとき, 何回来店すれば記念品がもらえるかを求めよ。
- 問2 小売店 A の来店ポイント制度として, k 回目の来店で $k+2$ ポイントが付与され, 250 ポイントたまると記念品がもらえると定められている。このとき, 何回来店すれば記念品がもらえるかを求めよ。
- 問3 b を正の整数とする。小売店 A の来店ポイント制度として, 1回来店するたびに 15 ポイントが付与され, 140 ポイントたまると記念品がもらえると定められている。一方, 小売店 B の来店ポイント制度として, 1回来店するたびに 30 ポイントが付与され, b ポイントたまると記念品がもらえると定められている。ある人が A に毎日来店し, 3日目からは A のあとに B にも毎日来店するようにしたところ, A で記念品をもらうより早く B で記念品をもらうことができた。このとき, b がとりうる値の最大値を求めよ。
- 問4 a を正の整数とする。小売店 A の来店ポイント制度として, 来店するたびに1日につき a ポイントが付与され, 250 ポイントたまると記念品がもらえると定められている。一方, 小売店 B の来店ポイント制度として, 来店するたびに1日につき 15 ポイントが付与され, 100 ポイントたまると記念品がもらえると定められている。ある人が同じ日から A, B 両方の店に毎日来店したところ, 両店から同じ日に記念品をもらった。このとき, a がとりうる値をすべて求めよ。

補 足 説 明

広島市立大学一般選抜前期日程 情報科学部【数学】

第4問

問いごとにポイント制度の条件は異なります。